**Trabajo Práctico N° 7:**

**Ejercicios de Repaso.**

**Ejercicio 1.**

*Para cada una de las siguientes funciones:*

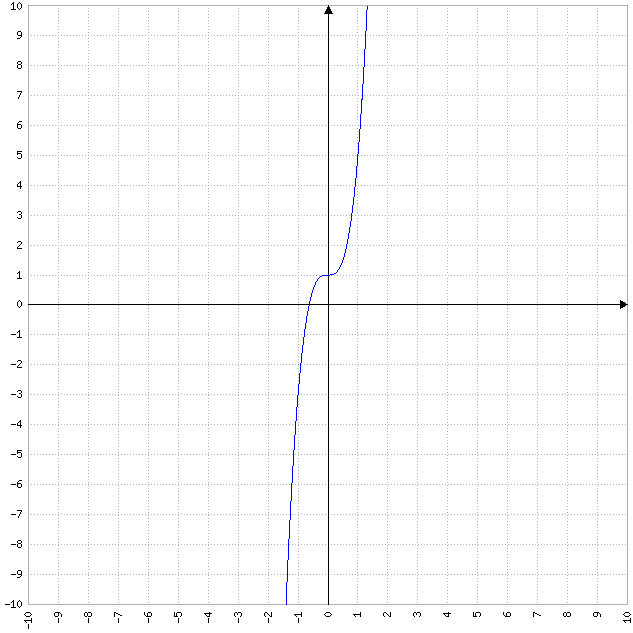
*i. Determinar el dominio de la función.*

*ii. Estudiar la continuidad: indicar el conjunto donde la función es continua, señalar y clasificar sus discontinuidades si las hay.*

*iii. Estudiar la existencia de asíntotas verticales y horizontales.*

*iv. Determinar el conjunto donde es derivable.*

**(a)** *f (x)= 4 + 1.*



(i) Dominio:

= .

(ii) Continuidad:

Al ser una función polinómica, f (x) es continua en todo su dominio. Por lo tanto, f (x) es continua en .

(iii) Asíntotas verticales y horizontales:

= , a .

Por lo tanto, f (x) no tiene asíntotas verticales.

= = +.

= = -.

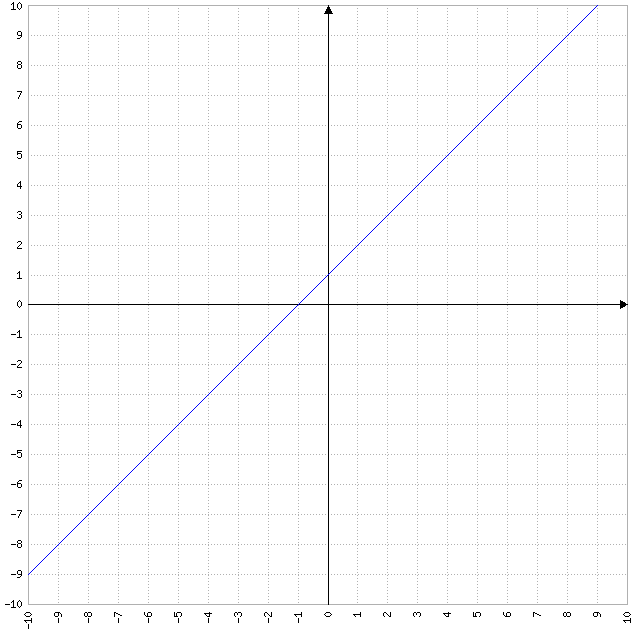
Por lo tanto, f (x) no tiene asíntotas horizontales.

(iv) Derivabilidad:

f´ ()= , .

Por lo tanto, f (x) es derivable en .

**(b)** *f (x)= .*



(i) Dominio:

x - 1= 0

x= 1.

= - {1}.

(ii) Continuidad:

f (x) es discontinua evitable en x= 1, ya que = y, entonces, . Por lo tanto, f (x) es continua en - {1}.

(iii) Asíntotas verticales y horizontales:

= = = = 1 + 1= 2.

= = = = 1 + 1= 2.

Por lo tanto, f (x) no tiene una asíntota vertical en x= 0.

= = -.

= = +.

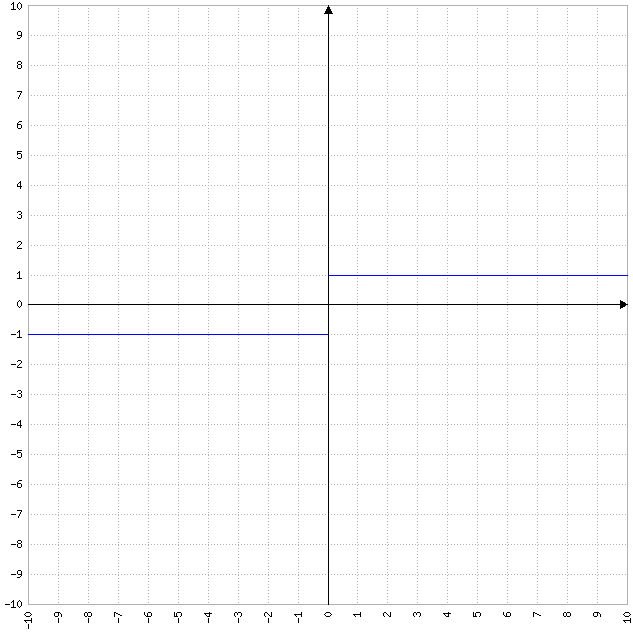
Por lo tanto, f (x) no tiene asíntotas horizontales.

(iv) Derivabilidad:

f´ ()= , - {1}.

Por lo tanto, f (x) es derivable en - {1}.

**(c)** *f (x)= .*



(i) Dominio:

= 0

x= 0.

= - {0}.

(ii) Continuidad:

f (x) es discontinua inevitable en x= 0, ya que y, entonces, . Por lo tanto, f (x) es continua en - {0}.

(iii) Asíntotas verticales y horizontales:

= = = = -1.

= = = = 1.

Por lo tanto, f (x) no tiene una asíntota vertical en x= 0.

= = -1.

= = 1.

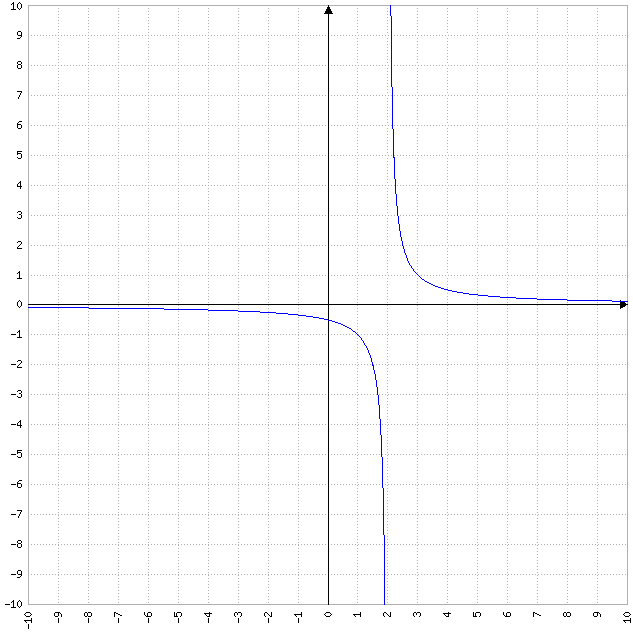
Por lo tanto, f (x) no tiene asíntotas horizontales.

(iv) Derivabilidad:

f´ ()= , - {0}.

Por lo tanto, f (x) es derivable en - {0}.

**(d)** *f (x)= .*



(i) Dominio:

- 3x + 2= 0.

, =

, =

, =

, =

= = = 2.

= = = 1.

= - {1, 2}.

(ii) Continuidad:

f (x) es discontinua evitable en x= 1, ya que = y, entonces, . f (x) es discontinua inevitable en x= 2, ya que y, entonces, . Por lo tanto, f (x) es continua en - {2}.

(iii) Asíntotas verticales y horizontales:

= = = = = = -1.

= = = = = = -1.

= = = = = = -.

= = = = = = +.

Por lo tanto, f (x) tiene una asíntota vertical en x= 2.

= = 0.

= = 0.

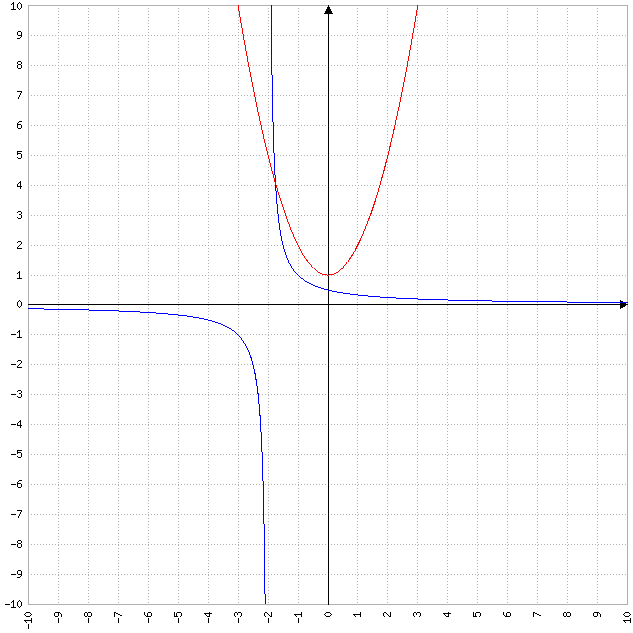
Por lo tanto, f (x) tiene una asíntota horizontal en y= 0.

(iv) Derivabilidad:

f´ ()= , - {1, 2}.

Por lo tanto, f (x) es derivable en - {1, 2}.

**(e)** *f (x)= .*



(i) Dominio:

= .

(ii) Continuidad:

f (x) es discontinua inevitable en x= -1, ya que y, entonces, . Por lo tanto, f (x) es continua en - {-1}.

(iii) Asíntotas verticales y horizontales:

= , a .

Por lo tanto, f (x) no tiene asíntotas verticales.

= = +.

= = 0.

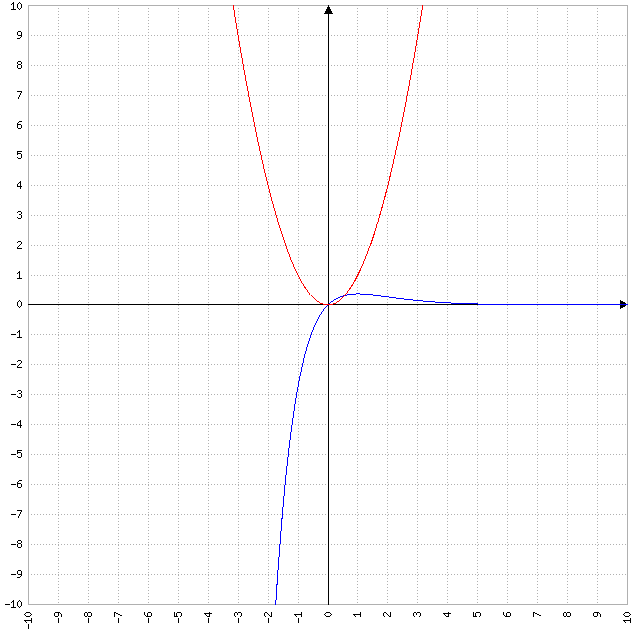
Por lo tanto, f (x) tiene una asíntota horizontal en y= 0.

(iv) Derivabilidad:

f´ ()= , - {-1}.

Por lo tanto, f (x) es derivable en - {-1}.

**(f)** *f (x)= .*



(i) Dominio:

= .

(ii) Continuidad:

f (x) es continua en x= 0, ya que = y, entonces, . Por lo tanto, f (x) es continua en .

(iii) Asíntotas verticales y horizontales:

= , a .

Por lo tanto, f (x) no tiene asíntotas verticales.

= = +.

= = 0.

Por lo tanto, f (x) tiene una asíntota horizontal en y= 0.

(iv) Derivabilidad:

f´ ()= , .

Por lo tanto, f (x) es derivable en .

**Ejercicio 2.**

*Calcular los siguientes límites:*

**(a)** *.*

= = = ().

= (\*)

= = 3 + 2= 5.

(\*) , =

, =

, =

, =

= = = 3.

= = = -2.

**(b)** *.*

= sen = sen = 0 \* sen = 0.

**(c)** *.*

= = = ().

=

= = -8 + 4 = -8 \* 2 + 4 = -16 + 4 \* 8= -16 + 32= 16.

**(d)** *.*

= -.

**(e)** *.*

= 0.

**(f)** *.*

= 0.

**(g)** *.*

= ().

=

= = = .

**(h)** *.*

= +.

**Ejercicio 3.**

*Calcular las derivadas de las siguientes funciones utilizando reglas de derivación.*

**(a)** *a (x)= tan 2x.*

a (x)= .

a´ (x)=

a´ (x)=

a´ (x)=

a´ (x)= .

**(b)** *b (x)= .*

b´ (c)= \* 2x

b´ (c)= 2x.

**(c)** *c (x)= .*

c´ (x)=

c´ (x)=

c´ (x)= .

**(d)** *d (x)= ln ( + 1).*

d´ (x)= 2x

d´ (x)= .

**(e)** *e (x)= cos 2x sen x.*

e´ (x)= -sen 2x \* 2 sen x + cos 2x cos x

e´ (x)= -2sen 2x sen x + cos 2x cos x.

**(f)** *f (x)= - 1.*

f´ (x)= 4

f´ (x)= .

**(g)** *g (x)= .*

g´ (x)=

g´ (x)=

g´ (x)=

g´ (x)= .

**(h)** *h (x)= .*

h´ (x)= .

**Ejercicio 4.**

*Hallar las ecuaciones de las rectas tangentes de las siguientes funciones en los puntos indicados.*

**(a)** *f (x)= + 1 en x= 0.*

f´ (x)= .

f (0)= + 1

f (0)= 1 + 1

f (0)= 2.

f´ (0)=

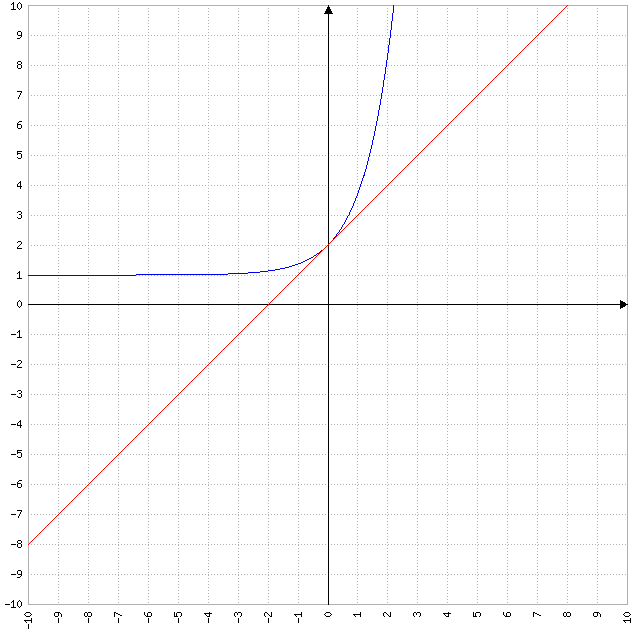
f´ (0)= 1.

y - 2= 1 (x - 0)

y - 2= 1x

y - 2= x

y= x + 2.



**(b)** *g (x)= - + 2x + 1 en x= 2.*

g´ (x)= -4 + 2.

g (2)= - + 2 \* 2 + 1

g (2)= -16 + 4 + 1

g (2)= -11.

g´ (2)= -4 \* + 2

g´ (2)= -4 \* 8 + 2

g´ (2)= -32 + 2

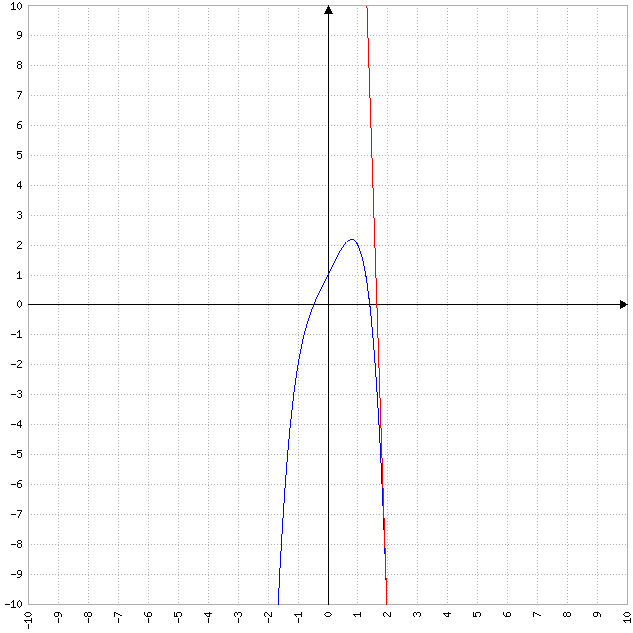
g´ (2)= -30.

y - (-11)= -30 (x - 2)

y + 11= -30x + 60

y= -30x + 60 - 11

y= -30x + 49.



**(c)** *h (x)= 2 ln ( + 2) en x= 1.*

h´ (x)= 2 \* 2x

h´ (x)= .

h (1)= 2 ln ( + 2)

h (1)= 2 ln (1 + 2)

h (1)= 2 ln 3.

h´ (1)=

h´ (1)=

h´ (1)=

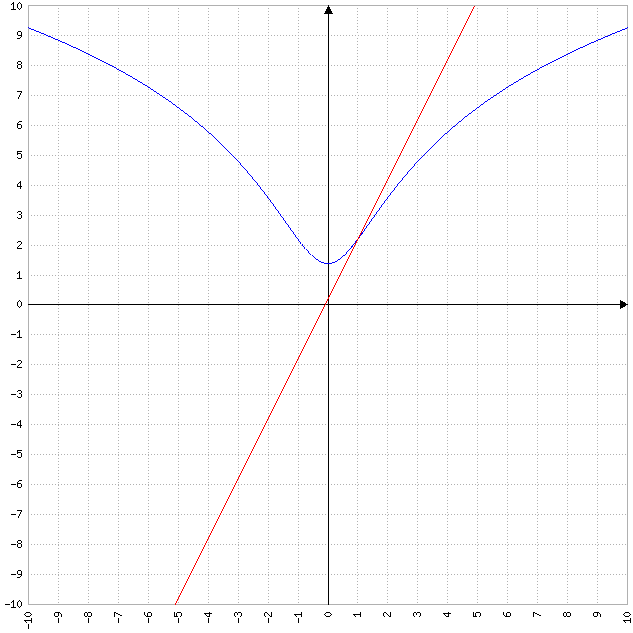
h´ (1)= 2.

y - 2 ln 3= 2 (x - 1)

y - 2 ln 3= 2x - 2

y= 2x - 2 + 2 ln 3

y= 2x + 2 (ln 3 - 1).



**(d)** *i (x)= sen 2x en x= .*

i´ (x)= cos 2x \* 2

i´ (x)= 2 cos 2x.

i ()= sen 2

i ()= 0.

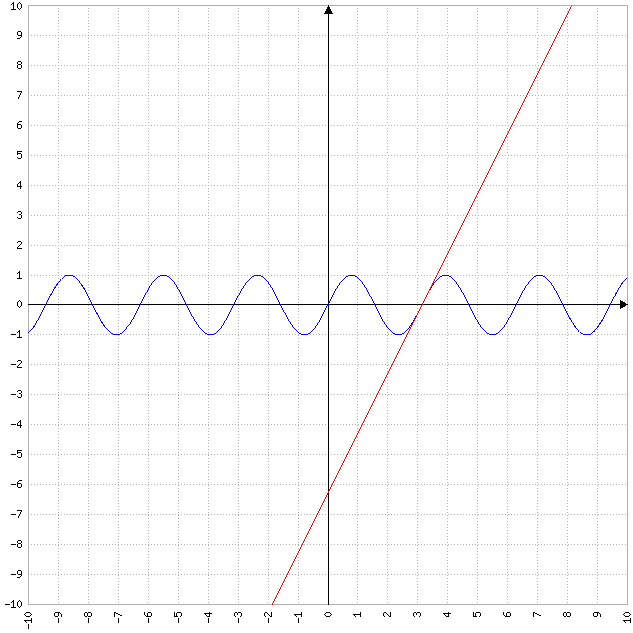
i´ ()= 2 cos 2

i´ ()= 2 \* 1

i´ ()= 2.

y - 0= 2 (x - )

y= 2x - 2.



**(e)** *j (x)= en x= 1.*

j´ (x)=

j´ (x)=

j´ (x)= .

j (1)=

j (1)=

j (1)=

j (1)= 0.

j´ (1)=

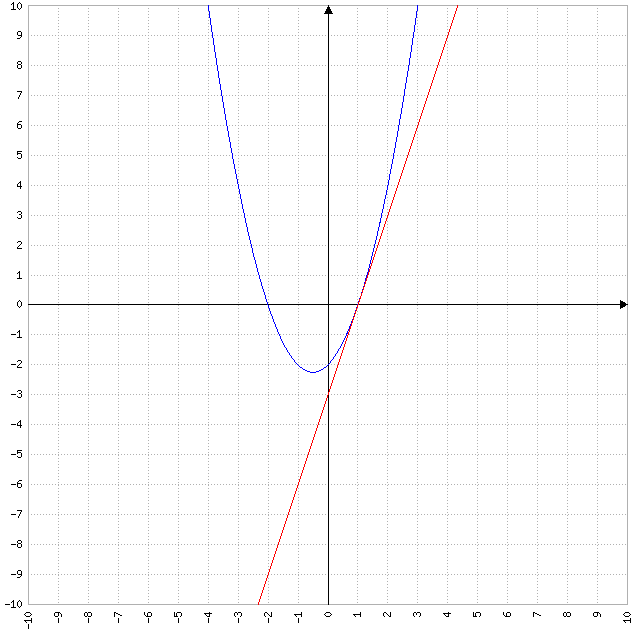
j´ (1)=

j´ (1)=

j´ (1)= 3.

y - 0= 3 (x - 1)

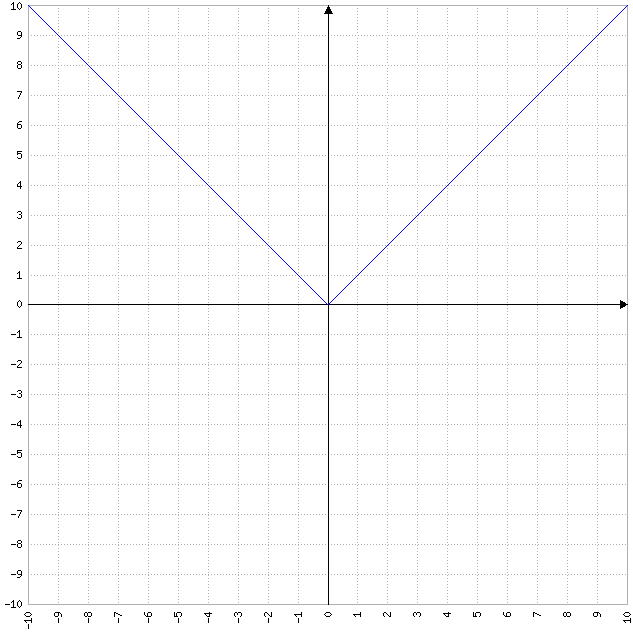
y= 3x - 3.



**Ejercicio 5.**

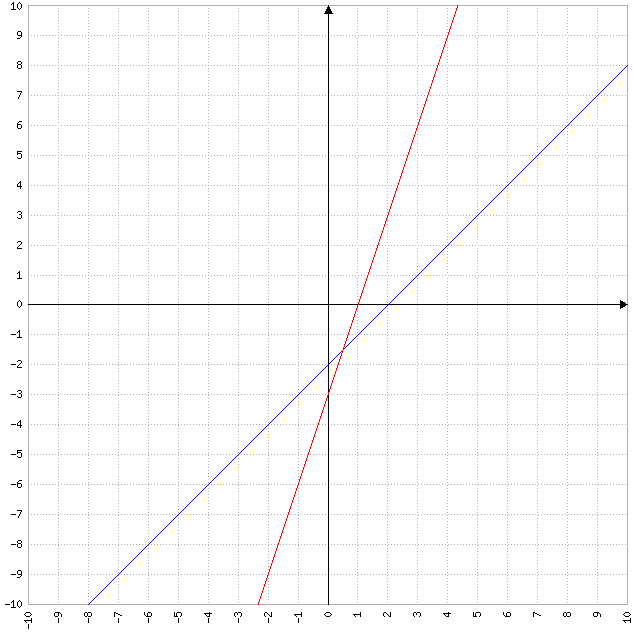
*Graficar las siguientes funciones a trozos. ¿Para qué valores de x las funciones no son derivables?*

**(a)** *a (x)= .*



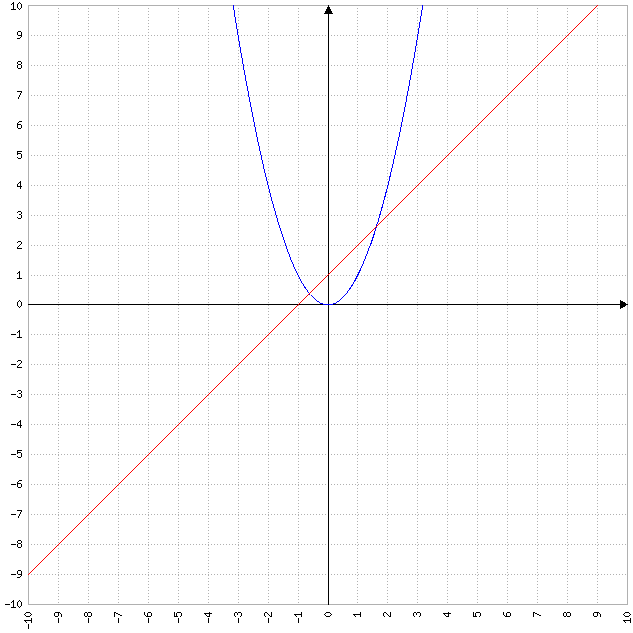
La función a (x) no es derivable para x= 0.

**(b)** *b (x)= .*



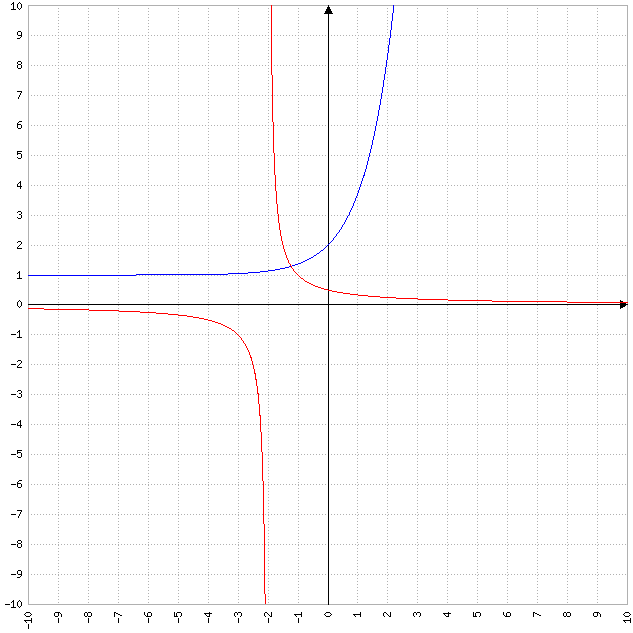
La función b (x) no es derivable para x= 2.

**(c)** *c (x)= .*



La función c (x) no es derivable para x= 0.

**(d)** *d (x)= .*



La función d (x) no es derivable para x= -1.

**Ejercicio 6.**

*Realizar el estudio de las siguientes funciones y graficar.*

**(a)** *f (x)= - 3x.*

(1) Determinar el dominio de la función:

= .

(2) Determinar el conjunto donde la función es continua. Donde sea discontinua, clasificar sus discontinuidades:

Las funciones polinómicas son continuas en . Por lo tanto, f (x) es continua en .

(3) Determinar las asíntotas verticales y horizontales:

= , a .

Por lo tanto, f (x) no tiene asíntotas verticales.

= = -.

= = +.

Por lo tanto, f (x) no tiene asíntotas horizontales.

(4) Calcular la primera derivada y determinar los puntos críticos de la función:

f´ (x)= 3 - 3

f´ (x)= 3 ( - 1).

f´ (x) x .

f´ (x)= 0

3 ( - 1)= 0

- 1=

- 1= 0

= 1

=

= 1

x= 1.

Por lo tanto, f (x) tiene puntos críticos en = -1 y = 1.

(5) Determinar los intervalos de crecimiento / decrecimiento de la función:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Intervalo** | **(-, -1)** | **x= -1** | **(-1, 1)** | **x= 1** | **(1, +)** |
| VP | -2 | --- |  | --- | 2 |
| f´ (x) | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| f (x) | creciente | máximo relativo | decreciente | mínimo relativo | creciente |

Por lo tanto, los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f (x) son (-, -1) (1, +) y (-1, 1), respectivamente.

(6) Determinar los valores máximos y mínimos relativos:

f (-1)= - 3 (-1)

f (-1)= -1 + 3

f (-1)= 2.

f (1)= - 3 \* 1

f (1)= 1 - 3

f (1)= -2.

Por lo tanto, f (x) tiene puntos máximo y mínimo relativos en (-1, 2) y (-1, -2), respectivamente.

(7) Calcular la segunda derivada y determinar los puntos donde f ´´ (x)= 0 o donde f´´

no existe:

f´´ (x)= 6x.

f´´ (x) x .

f´´ (x)= 0

6x= 0

x=

x= 0.

Por lo tanto, f´´ (x)= 0 en x= 0.

(8) Determinar los intervalos de concavidad:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Intervalo** | **(-, 0)** | **x= 0** | **(0, +)** |
| VP | -1 | --- | 1 |
| f´´ (x) | 0 | 0 | 0 |
| f (x) | cóncava hacia abajo | punto de inflexión | cóncava hacia arriba |

Por lo tanto, los intervalos de concavidad hacia arriba y hacia abajo de f (x) son (0, +) y (-, 0), respectivamente.

(9) Determinar si la función presenta puntos de inflexión:

f (0)= - 3 \* 0

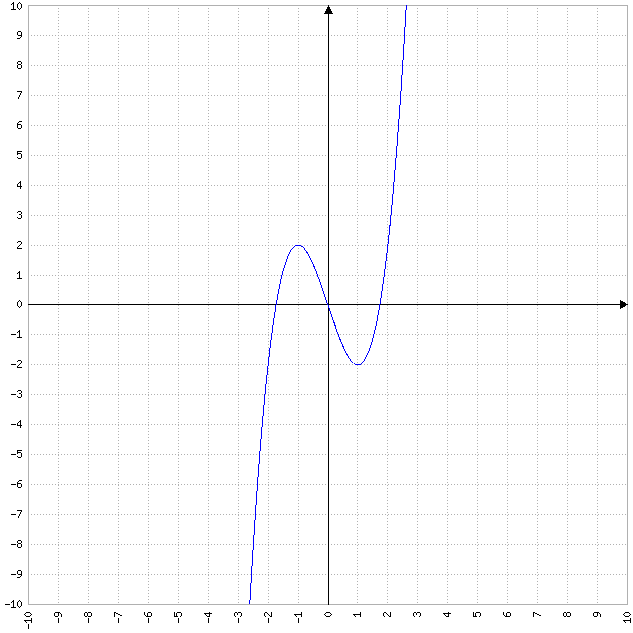
f (0)= 0 - 0

f (0)= 0.

Por lo tanto, f (x) tiene un punto de inflexión en (0, 0).

(10) Realizar la representación gráfica de la función, utilizando los datos obtenidos en

el análisis desarrollado en los puntos anteriores:



**(b)** *h (x)= .*

(1) Determinar el dominio de la función:

x - 1= 0

x= 1.

= - {1}.

(2) Determinar el conjunto donde la función es continua. Donde sea discontinua, clasificar sus discontinuidades:

h (x) es discontinua inevitable en x= 0, ya que y, entonces, . Por lo tanto, h (x) es continua en - {1}.

(3) Determinar las asíntotas verticales y horizontales:

= = -.

= = +.

Por lo tanto, h (x) tiene una asíntota vertical en x= 1.

= = +.

= = -.

Por lo tanto, h (x) no tiene asíntotas horizontales.

(4) Calcular la primera derivada y determinar los puntos críticos de la función:

h´ (x)=

h´ (x)=

h´ (x)= .

h´ (x) x .

h´ (x)= 0

= 0

- 2x - 1= 0

- 2x - 1= 0.

, =

, =

, =

, =

, =

, =

= = = 1 - .

= = = 1 + .

Por lo tanto, h (x) tiene puntos críticos en = 1 - y = 1 + .

(5) Determinar los intervalos de crecimiento / decrecimiento de la función:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Intervalo** | **(-, 1 - )** | **x= 1 -** | **(1 - , 1)** | **x= 1** | **(1, 1 + )** | **x= 1 +** | **(1 + , +)** |
| VP | -1 | --- |  | --- | 2 | --- | 3 |
| h´ (x) | 0 | 0 | 0 | --- | 0 | 0 | 0 |
| h (x) | creciente | máximo relativo | decreciente | asíntota vertical | decreciente | mínimo relativo | creciente |

Por lo tanto, los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f (x) son (-, 1 - ) (1 + , +) y (1 - , 1) (1, 1 + ), respectivamente.

(6) Determinar los valores máximos y mínimos relativos:

h (1 - )=

h (1 - )=

h (1 - )=

h (1 - )=

h (1 - )= ( - 2)

h (1 - )= 2 - 2

h (1 - )= 2 (1 - ).

h (1 + )=

h (1 + )=

h (1 + )=

h (1 + )=

h (1 + )= ( + 2)

h (1 + )= 2 + 2

h (1 + )= 2 (1 + ).

Por lo tanto, h (x) tiene puntos máximo y mínimo relativos en (1 - , 2 (1 - )) y (1 + , 2 (1 + )), respectivamente.

(7) Calcular la segunda derivada y determinar los puntos donde f ´´ (x)= 0 o donde f´´

no existe:

h´´ (x)=

h´´ (x)=

h´´ (x)=

h´´ (x)=

h´´ (x)=

h´´ (x)= .

h´´ (x) x .

h´´ (x)= 0

= 0

4= 0 \*

4 0.

Por lo tanto, h´´ (x) 0 x .

(8) Determinar los intervalos de concavidad:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Intervalo** | **(-, 1)** | **x= 1** | **(1, +)** |
| VP | 0 | --- | 2 |
| h´´ (x) | 0 | 0 | 0 |
| h (x) | cóncava hacia abajo | punto de inflexión | cóncava hacia arriba |

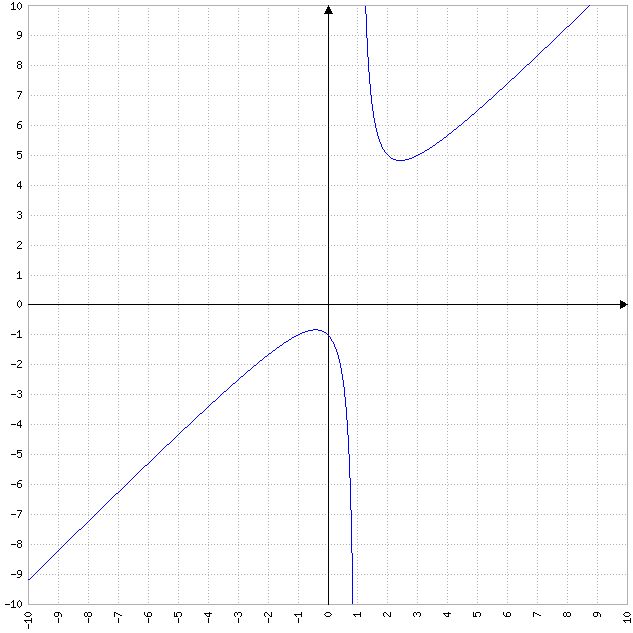
Por lo tanto, los intervalos de concavidad hacia arriba y hacia abajo de h (x) son (1, +) y (-, 1), respectivamente.

(9) Determinar si la función presenta puntos de inflexión:

Por lo tanto, h (x) no tiene puntos de inflexión.

(10) Realizar la representación gráfica de la función, utilizando los datos obtenidos en

el análisis desarrollado en los puntos anteriores:



**(c)** *g (x)= + ln x.*

(1) Determinar el dominio de la función:

= (0, +).

(2) Determinar el conjunto donde la función es continua. Donde sea discontinua, clasificar sus discontinuidades:

Las funciones logarítmicas son continuas en sus dominios. Por lo tanto, g (x) es continua en (0, +).

(3) Determinar las asíntotas verticales y horizontales:

= = -.

Por lo tanto, g (x) tiene una asíntota vertical en x= 0.

= = -.

= = +.

Por lo tanto, g (x) no tiene asíntotas horizontales.

(4) Calcular la primera derivada y determinar los puntos críticos de la función:

g´ (x)= 2x +

g´ (x)= .

g´ (x) x .

g´ (x)= 0

= 0

2 + 1= 0x

2 + 1= 0

2= -1

= . x / = .

Por lo tanto, g (x) no tiene puntos críticos.

(5) Determinar los intervalos de crecimiento / decrecimiento de la función:

|  |  |
| --- | --- |
| **Intervalo** | **(0, +)** |
| VP | 1 |
| g´ (x) | 0 |
| g (x) | creciente |

Por lo tanto, g (x) es crece en todo su dominio.

(6) Determinar los valores máximos y mínimos relativos:

Dado que decrece en todo su dominio, g (x) no tiene puntos máximos ni mínimos relativos.

(7) Calcular la segunda derivada y determinar los puntos donde f ´´ (x)= 0 o donde f´´

no existe:

g´´ (x)=

g´´ (x)=

g´´ (x)= .

g´´ (x) x .

g´´ (x)= 0

= 0

2 - 1= 0 \*

2 - 1= 0

2= 1

=

=

=

x= .

Por lo tanto, g´´ (x)= 0 en x= .

(8) Determinar los intervalos de concavidad:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Intervalo** | **(0, )** | **x=** | **(, +)** |
| VP |  | --- | 1 |
| g´´ (x) | 0 | 0 | 0 |
| g (x) | cóncava hacia abajo | punto de inflexión | cóncava hacia arriba |

Por lo tanto, los intervalos de concavidad hacia arriba y hacia abajo de g (x) son (, +) y (0, ), respectivamente.

(9) Determinar si la función presenta puntos de inflexión:

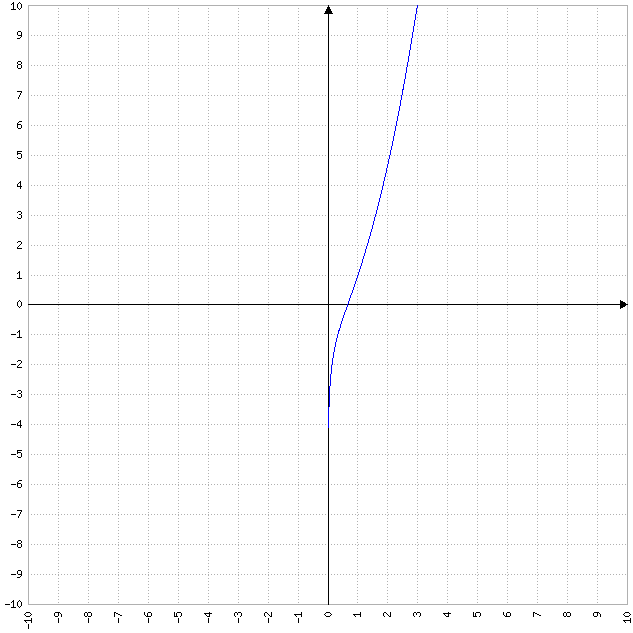
g ()= + ln

g ()= + ln .

Por lo tanto, g (x) tiene un punto de inflexión en (, + ln ).

(10) Realizar la representación gráfica de la función, utilizando los datos obtenidos en

el análisis desarrollado en los puntos anteriores:



**(d)** *j (x)= x.*

(1) Determinar el dominio de la función:

= .

(2) Determinar el conjunto donde la función es continua. Donde sea discontinua, clasificar sus discontinuidades:

La función identidad (y= x) y las funciones exponenciales son continuas en . Por lo tanto, j (x) es continua en .

(3) Determinar las asíntotas verticales y horizontales:

= , a .

Por lo tanto, j (x) no tiene asíntotas verticales.

= = 0.

= = +.

Por lo tanto, j (x) tiene una asíntota horizontal en y= 0.

(4) Calcular la primera derivada y determinar los puntos críticos de la función:

j´ (x)= + x

j´ (x)= (x + 1).

j´ (x) x .

j´ (x)= 0

(x + 1)= 0

x + 1=

x + 1= 0

x= -1.

Por lo tanto, j (x) tiene un punto crítico en x= -1.

(5) Determinar los intervalos de crecimiento / decrecimiento de la función:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Intervalo** | **(-, -1)** | **x= -1** | **(-1, +)** |
| VP | -2 | --- | 0 |
| j´ (x) | 0 | 0 | 0 |
| j (x) | decreciente | mínimo relativo | creciente |

Por lo tanto, los intervalos de crecimiento y decrecimiento de j (x) son (-1, +) y (-, -1), respectivamente.

(6) Determinar los valores máximos y mínimos relativos:

j (-1)= -1

j (-1)= .

Por lo tanto, j (x) tiene un punto mínimo relativo en (-1, ).

(7) Calcular la segunda derivada y determinar los puntos donde f ´´ (x)= 0 o donde f´´

no existe:

j´´ (x)= (x + 1) + x

j´´ (x)= x + + x

j´´ (x)= 2x +

j´´ (x)= (2x + 1).

j´´ (x) x .

j´´ (x)= 0

(2x + 1)= 0

2x + 1=

2x + 1= 0

2x= -1

x= .

Por lo tanto, j´´´(x)= 0 en x= .

(8) Determinar los intervalos de concavidad:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Intervalo** | **(-, )** | **x=** | **(, +)** |
| VP | -1 | --- | 1 |
| j´´ (x) | 0 | 0 | 0 |
| j (x) | cóncava hacia abajo | punto de inflexión | cóncava hacia arriba |

Por lo tanto, los intervalos de concavidad hacia arriba y hacia abajo de j (x) son (, +) y (-, ), respectivamente.

(9) Determinar si la función presenta puntos de inflexión:

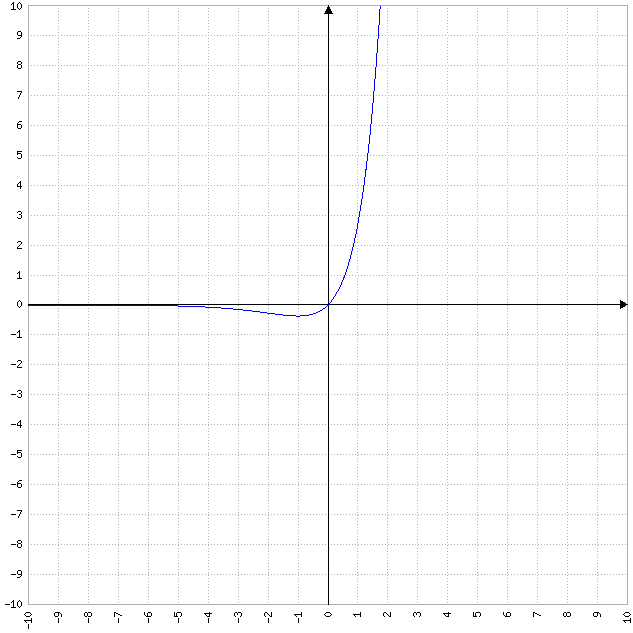
j ()=

j ()= .

Por lo tanto, j (x) tiene un punto de inflexión en (, ).

(10) Realizar la representación gráfica de la función, utilizando los datos obtenidos en

el análisis desarrollado en los puntos anteriores:



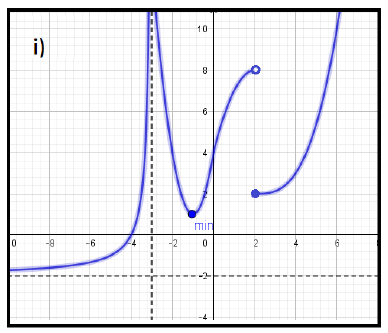
**Ejercicio 7.**

*En cada caso, realizar el gráfico de una función f (x) que cumpla con los siguientes requisitos:*

**(a)**

* *Dominio de f (x): (-, -3) (-3, +).*
* *Continuidad: (-, -3) (-3, 2) (2, +).*
* *Discontinuidad inevitable en x= 2.*
* *= +, = +, = +, = -2.*
* *f´ (x) 0 en (-, -3) (-1, +).*
* *f´ (x) 0 en (-3, -1).*
* *f´´ (x) 0 en (-, -3) (-3, 0) (2, +).*
* *f´´ (x) 0 en (0, 2).*

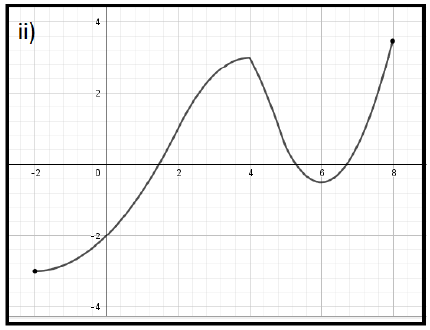
|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Intervalo** | **(-, -3)** | **(-3, -1)** | **(-1, 0)** | **(0, 2)** | **(2, +)** |
| f´ (x) | + | - | + | + | + |
| f´´ (x) | + | + | + | - | + |
| f (x) | creciente y convexa | decreciente y convexa | creciente y convexa | creciente y cóncava | creciente y convexa |



**(b)**

* *Dominio de f (x): [-2, 8].*
* *Creciente en (-2, 4) (6, 8) y decreciente en el intervalo (4, 6).*
* *f´´ (x) 0 en (-2, 2) (5, 8) y f´´ (x) 0 en (2, 5).*
* *¿Esta función tiene máximo absoluto? Sí, tiene máximo absoluto (por teorema de Weierstrass).*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Intervalo** | **(-2, 2)** | **(2, 4)** | **(4, 5)** | **(5, 6)** | **(6, 8)** |
| f´ (x) | + | + | - | - | + |
| f´´ (x) | + | - | - | + | + |
| f (x) | creciente y cóncava | creciente y convexa | decreciente y convexa | decreciente y cóncava | creciente y cóncava |



**Ejercicio 8.**

*Calcular las siguientes integrales indefinidas:*

**(a)** *.*

=

= sen x + C.

**(b)** *.*

= +

= 2 -

= 2 - ln x

= - ln x + C.

**(c)** *.*

= (\*)

=

= sen u

= sen 3x + C.

(\*) u= 3x; du= 3 dx.

**(d)** *.*

= x (-cos x) - (\*)

= -x cos x +

= -x cos x + sen x + C.

(\*) u= x; du= dx; dv= sen x dx; v= -cos x.

**(e)** *.*

= - (\*)

= - 2

= - 2 (x - ) (\*\*)

= - 2 (x - )

= - 2x + 2 + C.

(\*) u= ; du= 2x dx; dv= dx; v= .

(\*\*) u= x; du= dx; dv= dx; v= .

**(f)** *.*

=

= +

= + + C.

= + + C.

**(g)** *.*

= (\*)

=

= + C.

(\*) u= - 3; du= ( - 9) dx.

**(h)** *.*

= (\*)

=

= + C.

(\*) u= sen x; du= cos x dx.

**(i)** *.*

= (\*)

=

= +

= u -

= u - ln

= x + 1 - ln + C.

(\*) u= x + 1; du= dx.

**(j)** *.*

= (\*)

= ln

= ln + C.

(\*) u= + x + 1; du= (2x + 1) dx.

**(k)** *.*

= (\*)

= 4

= 4

= 4

=

= + C.

(\*) u= ln x; du= dx.

**Ejercicio 9.**

*Calcular las siguientes integrales definidas:*

**(a)** *.*

= (\*)

=

=

=

= [ - ]

= [ - ]

= ( - )

= (729 - 125)

= \* 604

= .

(\*) u= 2x + 3; du= 2 dx.

**(b)** *.*

= -cos x

= -(cos - cos 0)

= -(-1 - 1)

= -(-2)

= 2.

**(c)** *.*

=

= [ - ]

= (1 - 1)

= \* 0

= 0.

**(d)** *.*

= +

= sen x + 3

= (sen - sen 0) + 3

= (0 - 0) + ( - )

= (0 - 0) + ( - 0)

= 0 +

= .

**(e)** *.*

= (\*)

= ln

= ln

= ln ( + 1) - ln ( + 1)

= ln ( + 1) - ln (1 + 1)

= ln ( + 1) - ln 2

= ln .

(\*) u= + 1; du= 2x dx.

**(f)** *.*

= ( - ) (\*)

= ( - 3 )

= [ - 3 ( - )] (\*\*)

= [ - 3 ( - 2 )]

= { - 3 [ - 2 (x - )]} (\*\*\*)

= { - 3 [ - 2 (x - )]}

= [ - 3 ( - 2x + 2)]

= ( - 3 + 6x - 6)

= ( - 3 \* + 6 \* 4 - 6) - ( - 3 \* + 6 \* 0 - 6)

= (64 - 3 \* 16 + 24 - 6) - (0 \* 1 - 3 \* 0 \* 1 + 6 \* 0 \* 1 - 6 \* 1)

= (64 - 48 + 24 - 6) - (0 - 0 + 0 - 6)

= 34 - (-6)

= 34 + 6.

(\*) u= ; du= 3 dx; dv= dx; v= .

(\*\*) u= ; du= 2x dx; dv= dx; v= .

(\*\*\*) u= x; du= dx; dv= ; v= .

**(g)** *.*

= (\*)

=

=

=

= [ - ]

= [ - ]

= ( - )

= ( - )

= 8,434.

(\*) u= 2x + 3; du= 2 dx.

**(h)** *.*

=

=

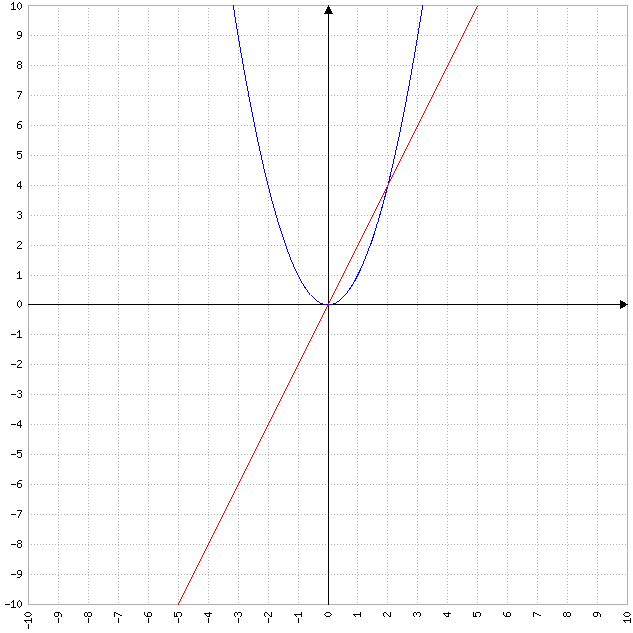
= 2 ( - )

= 2 ( - 1).

**Ejercicio 10.**

*Graficar las curvas y hallar el área de la región encerrada entre las gráficas de esas curvas.*

**(a)** *y= ; y= 2x.*



f (x)= g (x)

= 2x

- 2x= 0

x (x - 2)= 0.

= 0; = 2.

|  |  |
| --- | --- |
| **Intervalo** | **(0, 2)** |
| VP | 1 |
| f (x) | 1 |
| g (x) | 2 |

A=

A=

A= +

A= 2 -

A= 2 -

A= ( - ) - ( - )

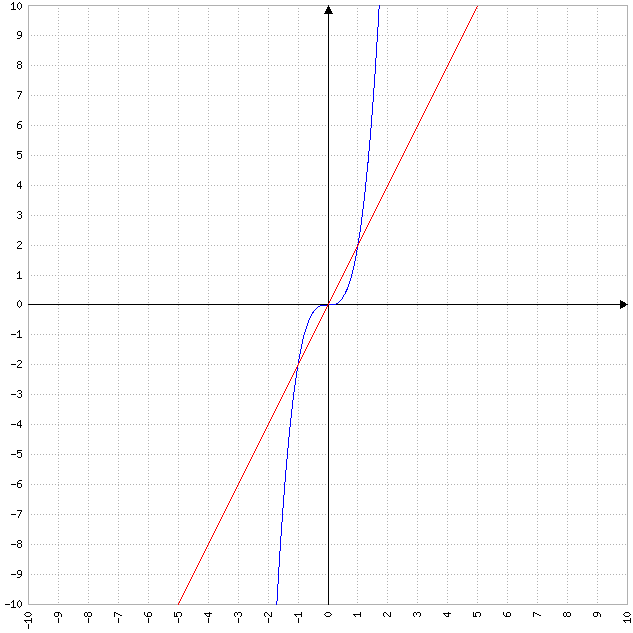
A= ( - ) - (8 - 0)

A= (4 - 0) - \* 8

A= 4 -

A= .

**(b)** *y= 2; y= 2x.*



f (x)= g (x)

2= 2x

= x

- x= 0

x ( - 1)= 0.

= 0; = -1; = 1.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Intervalo** | **(-1, 0)** | **(0, 1)** |
| VP |  |  |
| f (x) |  |  |
| g (x) | -1 | 1 |

A= +

A= +

A= +

A= 2 + 2

A= 2 ( + )

A= 2 ( + + + )

A= 2 ( - + - )

A= 2 { [ - ] - + ( - ) - }

A= 2 { (0 - 1) - [ - ] + (1 - 0) - ( - )}

A= 2 [ (-1) - (0 - 1) + \* 1 - (1 - 0)]

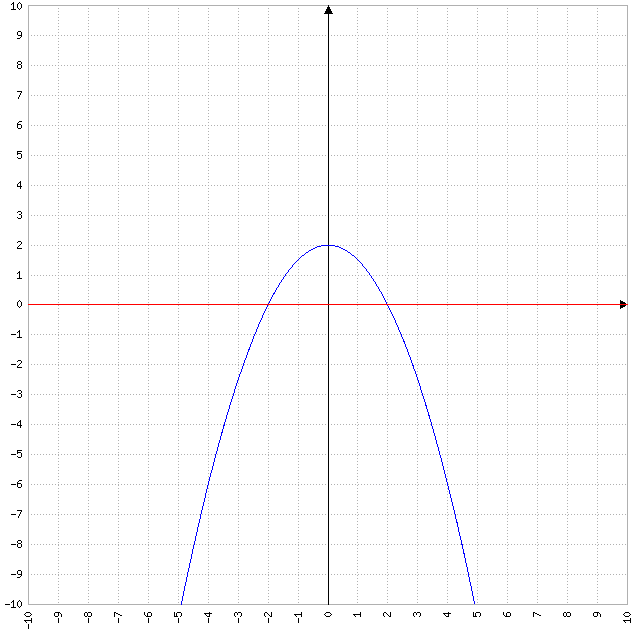
A= 2 [ - (-1) + - \* 1]

A= 2 ( + + - )

A= 2

A= 1.

**(c)** *y= + 2; y= 0-*



f (x)= g (x)

+ 2= 0

= 2

= 2 \* 2

= 4

=

= 2

x= 2.

|  |  |
| --- | --- |
| **Intervalo** | **(-2, 2)** |
| VP | 0 |
| f (x) | 2 |
| g (x) | 0 |

A=

A=

A=

A= +

A= + 2

A= + 2x

A= [ - ] + 2 [2 - (-2)]

A= [8 - (-8)] + 2 (2 + 2)

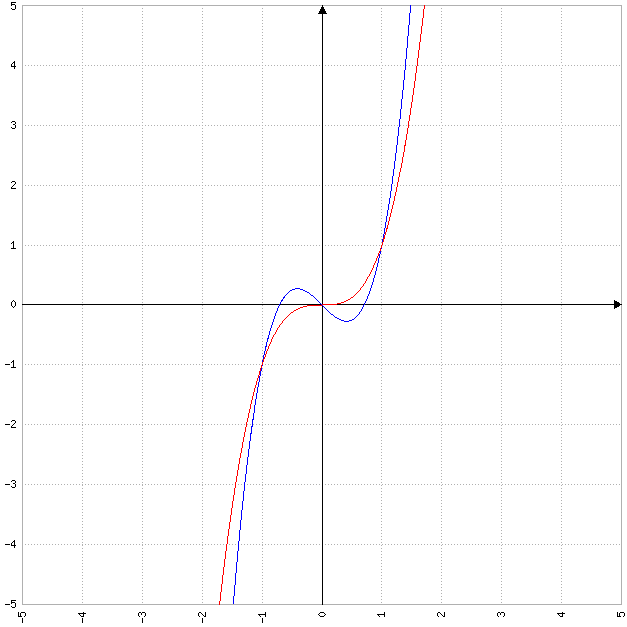
A= (8 + 8) + 2 \* 4

A= \* 16 + 8

A= + 8

A= .

**(d)** *y= 2 - x; y= .*



f (x)= g (x)

2 - x=

2 - x - = 0

- x= 0

x ( - 1)= 0.

= 0; = -1; = 1.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Intervalo** | **(-1, 0)** | **(0, 1)** |
| VP |  |  |
| f (x) |  |  |
| g (x) |  |  |

A= +

A= +

A= +

A= +

A= + + +

A= - - +

A= [ - ] - - + ( - )

A= (0 - 1) - [ - ] - ( - ) + (1 - 0)

A= (-1) - (0 - 1) - (1 - 0) + \* 1

A= - (-1) - \* 1 +

A= + - +

A= .